資　　料

樹木の生長解析法に関する研究 (4)*

樹幹析解における区分求積式の誤差について

藤　本　幸　司**

は　じ　め　に

普通採材のときの断面を利用する樹幹析解法を考究するにあたり，前報[1]において各齢階胸高直径の推定方法を考察した。本報においては，同樹幹析解法の精度の一目安として，現在普通に行なわれている樹幹析解法の，各種区分求積式の精度を検討してみた。とりあげた求積式は Huber 式，Smalian 式，右田Ⅱ式の3式である。これについては吉田[2]の研究もあるが，やや異なった結果を得たので，ここに報告する次第である。

材　　料

愛媛大学農学部付属演習林米野々事業区産スギ 42 本（21〜45 年生，D.B.H. 14〜38 cm）を供試した。これら供試木からは，胸高を地上 1.3 m とし，2 m 区分 Huber 式による求積に必要な個所の円板と，伐採点を地上 0.1 m とし，普通採材 (2 m 材) を行なった場合の各切口を含む円板とを採取した。なお，考察の対象となる齢階総数は 296 個であり，その直径階別，樹高階別本数分布は表 1 のとおりである。

表 1　試料（齢階）の直径階別，樹高階別分布

H(m) \ D.B.H. (cm)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	計
0	9																				9
2	28	10																			38
4		4	15	7																	26
6			5	7	5	3															20
8					6	11	2														19
10						8	8	5	2												23
12							6	13	11	1											31
14								16	13	16	3		1			1					49
16									20	11	9		1								42
18										11	6	7			1						25
20												1	4					1			6
22													2				1		1	1	5
24																		1		2	3
計	37	14	20	14	11	22	16	34	46	39	18	8	8		1	1	1	2	1	3	296

樹幹各部の直径と真材積

直径測定誤差および樹幹の局所的変異形の影響を除くため，各齢階樹幹について幹曲線式を決定し，この幹曲線式より算出した直径を用いて，各求積式での計算を行なった。

* Kōji FUJIMOTO: Studies on the Method of Analysis of Tree Growth (4). On the Error of Sectional Cubing Formulas at the Stem Analysis.

** 森林計画学講座　助教授

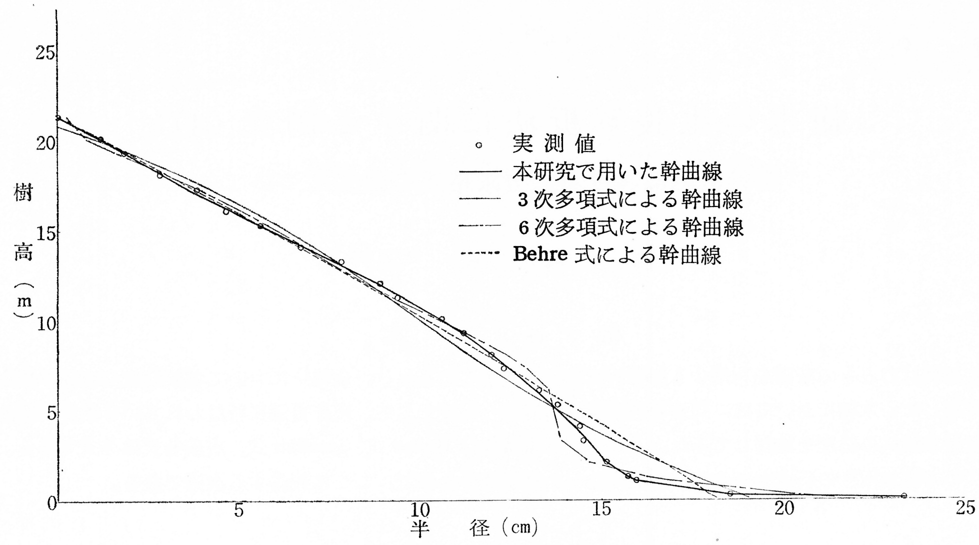

図 1　幹曲線の一例（試料木 No. 17，40年生）

幹曲線式としては多項式を用いたが，全幹を通して一つの方程式を適用することは，幹脚部において，かなり大きな誤差を生ずるため，樹幹を地上 2.1 m で 2 分し，それぞれの部分について曲線式の常数を決定した。多項式の次数は，大小いろいろの樹幹について検討を試みた結果，2.1 m 以下については 6 次式，2.1m 以上については樹幹の大小に応じて 3 次～ 6 次式を適用することとした。幹曲線の一例を示すと，図 1 のとおりである。

なお，真材積としては，このようにして求めた幹曲線の回転体体積を用いた。

結 果 お よ び 考 察

結果を示せば，各図表のとおりである。なお Smalian 式の適用にあたっては，地上 0.3 m からの単純な 2 m 区分とはせず，2 m 区分 Huber 式に用いる断面を，そのまま使用して計算した。すなわち，0.3 m，1.3 m，3.3 m，5.3 m …… の各区間を Smalian 式で求積したのである。

1)　誤差率の出現状態

各図表でも見られるように，各式の誤差率は，特に小径級のものほど大きくなっている。このように小径級のもので，誤差率が大きくなった原因は，式自体の誤差もさることながら，直径測定個所の少なさが，あるいはまた真材積があまりに小さいため，材積計算の端数四捨五入が，より大きく誤差率に影響したものと考えられる。ちなみに，誤差率20%以上を出した齢階をみると，2，3 の例外を除き，そのほとんどが直径測定個所 1 個所（地上 0.3 m のみ），真材積 0.00010 m³ 未満という小径木であった。

図 2 はかかる小径木を除き，D. B. H. 5 cm 以上の齢階について，誤差率の相対出現度数を，3 点平均法でならしたものである。この図，あるいは表 2 にも見られるように，Huber 式，右田Ⅱ式の誤差は，かなり負にかたよって出現し，この傾向は，径

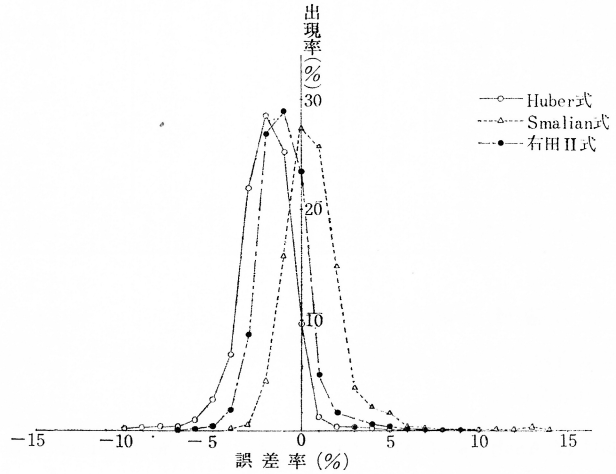

図 2　誤差率の出現状態（D. B. H. 5 cm 以上の齢階について）

表 2　3区分求積式の誤差出現状態

直径級	齢階数	Huber 式					Smalian 式					右田 II 式				
		正の誤差		誤差ゼロの	負の誤差		正の誤差		誤差ゼロの	負の誤差		正の誤差		誤差ゼロの	負の誤差	
		最大誤差率	出現率	出現率	最大誤差率	出現率	最大誤差率	出現率	出現率	最大誤差率	出現率	最大誤差率	出現率	出現率	最大誤差率	出現率
cm		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
～ 4.99	73	40.0	29	12	−100.0	59	40.0	68	11	−100.0	21	40.0	47	16	−100.0	37
5.00～ 9.99	36	8.7	14		−9.1	86	13.6	89		−0.9	11	10.3	28	3	−5.9	69
10.00～14.99	60	2.7	2		−4.0	98	4.0	75		−2.5	25	3.0	8		−3.3	92
15.00～19.99	96	(−0.3)※			−5.0	100	3.8	58		−2.5	42	1.0	3		−3.5	97
20.00～24.99	22	(−0.6)※			−3.3	100	2.0	68		−0.6	32	(−0.4)※			−2.6	100
25.00～	9	(−1.8)※			−3.9	100	0.5	44		−0.9	56	(−1.1)※			−3.1	100
計	296		9	3		88		68	3		29		18	4		78

※（　）は負の最小誤差率

級が大きくなるほど強くなっている。これに対してSmalian式の誤差は，やや正に偏して出現しているが，モードは0％付近にあり，他の2式よりは好結果を与えるものと思われる。しかし，これを径級別にみると（表2）D.B.H. 10 cm 未満では右田II式が最も良く，ほぼ正負相半ばした誤差を示しているが，Smalian 式は正の誤差割合 75％ と，3式中最もかたよった誤差出現率を示した。次いで径級が大きくなるにしたがって，3式とも負の誤差割合が漸次増加し，D. B. H. 15 cm 以上の齢階では Smalian 式が最も良く，Huber 式，右田II式の誤差は，ほとんど全部が負という結果になった。

2）　誤差率の最大値

誤差率の最大値は，各式とも小径木ほど大きく，D. B. H. 5 cm 未満では，いずれも正 40％，負 100％ という大きな誤差率を示した。そして，径級が大きくなるにしたがって，順次減少傾向を示しているが，この傾向は負よりも正に，より顕著に現われている。すなわち，正の誤差率最大値は，径級が大きくなるにしたがって，しだいに小さくなっているが，負の誤差率最大値には，特に D. B. H. 15 cm 以上の齢階において，それほど明りょうな減少傾向は認められず，むしろやや増加するけはいさえ見受けられる。

求積式間の差では，正の誤差率最大値についてはSmalian式が，負では Huber 式がいくぶん大きくなっている。また，絶対値ではあまり大きな違いは見受けられないが，Smalian 式が，ややすぐれているように思われる。

3）　誤差率の平均値（$\bar{P}_\Delta$）

$\bar{P}_\Delta$ は小径級ではかなり大きいが，径級が大きくなるにしたがって小さくなり，D. B. H. 10 cm 以上の齢階では，ほとんど一定の値になっている（図3）。いま，D. B. H. 10 cm 未満の齢階と，10 cm 以上の齢階について，それぞ

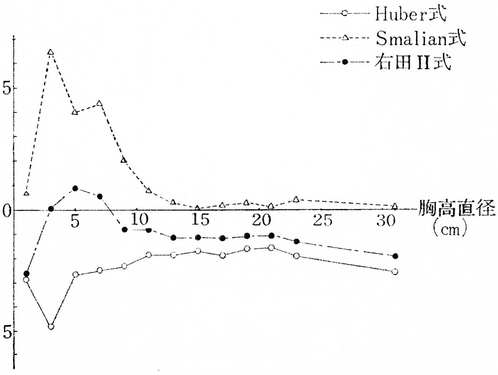

図 3　直径階別誤差率平均値

れ $\overline{P}_\Delta$ とその信頼限界を求めてみると，次のようである（信頼度95%）。

	D. B. H. 10 cm 未満	D. B. H. 10 cm 以上
Huber 式	−2.92 ± 2.69%	−1.81 ± 0.12%
Smalian 式	2.71 ± 2.71%	0.28 ± 0.04%
右田 II 式	−0.91 ± 2.67%	−1.13 ± 0.11%

まず，D. B. H. 10 cm 未満のものについてみると，変動が大きく，また符号も異なるので，一概には言えないが，一応右田II式が良いように思われる。これに対して，10 cm 以上のものでは，わずかに過大な値を示しているが，Smalian 式が最もすぐれていると言える。次いで右田II式，Huber 式の順となり，これら各式の間には，危険率1%で有意の差が認められた。

次に，各式で求積した径級別材積合計の，真材積合計に対する誤差率を求めてみると，表3のように，ほぼ $\overline{P}_\Delta$ と同様の傾向が見られた。すなわち，Huber 式，右田II式は過小の，Smalian 式は過大の結果を与え，小径級では右田II式，D.B.H. 10 cm 以上のものでは Smalian 式が，最も良い精度を示している。

表 3 材積合計の誤差率

直径級	齢階数	真材積合計	Huber 式		Smalian 式		右田 II 式	
			材積合計	誤差率	材積合計	誤差率	材積合計	誤差率
cm		m^3	m^3	%	m^3	%	m^3	%
～ 4.99	73	0.11701	0.11320	−3.26	0.12269	4.85	0.11729	0.24
5.00 ～ 9.99	36	0.72607	0.71069	−2.12	0.74369	2.43	0.72186	−0.58
10.00 ～ 14.99	60	4.71339	4.63412	−1.68	4.73148	0.38	4.66539	−1.02
15.00 ～ 19.99	96	17.05612	16.76122	−1.73	17.07801	0.13	16.85587	−1.17
20.00 ～ 24.99	22	7.46933	7.33451	−1.80	7.49465	0.34	7.37947	−1.20
25.00 ～	9	8.04355	7.83609	−2.58	8.05250	0.11	7.89481	−1.85
計	296	38.12547	37.38983	−1.93	38.22302	0.26	37.63469	−1.29

以上のことから，多数の樹木を取り扱い，その材積合計を求めようとする場合には，小径木には右田II式を，D. B. H. 10 cm 以上のものには Smalian 式を適用するのが最も望ましいと考えられる。

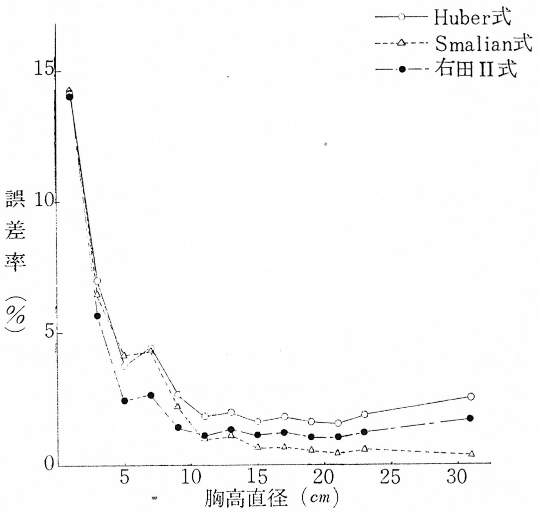

図 4 直径階別誤差率（絶対値）平均値

4） 誤差率（絶対値）の平均値（$\overline{P}_{|\Delta|}$）

$\overline{P}_{|\Delta|}$ は $\overline{P}_\Delta$ と同様に，小径級ではかなり大きいが，径級が大きくなるにしたがって順次減少し，D. B. H. 10 cm 以上ではほぼ一定の値となっている（図4）。D.B.H. 10 cm 未満の齢階と，10 cm 以上の齢階について，各式の $\overline{P}_{|\Delta|}$ とその信頼限界を示せば，次のとおりである（信頼度 95 %）。

	10 cm 未満	10 cm 以上
Huber 式	8.13±2.26%	1.84±0.12%
Smalian 式	8.03±2.52%	0.73±0.03%
右田 II 式	7.26±2.29%	1.21±0.09%

D.B.H. 10 cm 未満のものについては，変動が激しく，各式の $\overline{P}_{|\Delta|}$ 間には，有意の差は認められないが，右田II式がややすぐれているように思われる。これに対して，10 cm 以上の齢階では，危険率1 % で各式間に有意の差が認められ，

Smalian 式が最も良く，次いで右田Ⅱ式，Huber 式の順となる。

5) 誤差率（絶対値）の累積相対度数

表4は，全齢階と D.B.H. 10 cm 未満および 10 cm 以上の各齢階について，誤差率（絶対値）の累積相対度数を示したものである。前項でもみられたように，誤差率の大きさや散らばりは，径級によって非常に異なるから，本表も齢階の径級別本数分配によって大きく変わるであろう。しかし，求積式の大体の精度，あるいは求積式間の相対的な精度は，本表によってもある程度うかがえるものと思う。

表 4 誤差率（絶対値）の累積相対度数

誤差率	全齢階			D.B.H. 10 cm 未満			D.B.H. 10 cm 以上		
	Huber 式	Smalian 式	右田Ⅱ式	Huber 式	Smalian 式	右田Ⅱ式	Huber 式	Smalian 式	右田Ⅱ式
%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
0	5	30	13	10	10	15	2	41	11
1	26	66	60	17	24	38	32	91	73
2	64	74	77	30	35	48	83	97	94
3	76	78	83	40	43	56	96	99	100
4	81	82	85	50	52	60	100	100	100
5	85	85	86	60	58	62	100		
6	87	87	87	64	63	65			
7	88	88	88	67	68	68			
8	89	90	89	70	73	71			
9	91	90	90	74	73	73			
10	91	90	91	76	73	75			
15	94	95	95	84	86	86			
20	97	97	98	93	92	95			
50	100	100	100	99	99	99			
100	100	100	100	100	100	100			

まず，全齢階の 90%，あるいは 95%のものが，誤差率何%以内で求積されるかをみると，

	全体の 90 %	全体の 95 %
Huber 式	8～9 % 以内	15～20 % 以内
Smalian 式	8 % 以内	15 % 以内
右田Ⅱ式	9 % 以内	15 % 以内

と，各式の間には大きな差異は認められないが，ただ Smalian 式の 0 % の度数が，やや多くなっているのが，注目される。これを径級別にみると，誤差率の比較的大きい D.B.H. 10 cm 未満の齢階では，右田Ⅱ式がやや良いように思われるが，はっきりした傾向ではない。これに対して 10 cm 以上の齢階では，Smalian 式が最も良く，全体の 90% 以上のものが，誤差率 1 % 以内で求積されている。

ま と め

三つの 2 m 区分求積式（Huber 式，Smalian 式，右田Ⅱ式）について，その精度を検討してみた。誤差率は径級によって異なり，径級が小さいほど大きくなる傾向がみられた。D.B.H. 10 cm 未満のものでは，その誤差率平均値 ($\bar{P}_{|\triangle|}$) は 7～8 % と，かなり大きく，かかる小径木の区分求積には，区間の長さを工夫する必要が認められる。これに対して，D.B.H. 10 cm 以上の径級の誤差率は，ほぼ一定となり，その $\bar{P}_{|\triangle|}$ は 1～2 % 前後であった。

次に求積式間の差についてみると，Huber 式はかなり過小な値を与え，他の 2 式に比べて，その精度はやや落ちるように思われる。これに対して Smalian 式は，D. B. H. 10 cm 以上の径級では非常に良い結果を与え，かかる対象木には最も望ましい式と言える。しかし，10 cm 未満の小径木に対しては，かなり過大な値を与え，この径級のものにはむしろ右田Ⅱ式が好ましいと言えよう。右田Ⅱ式は Huber 式と同様に，やや過小な値を与えるが，小径木に対しては，三つの求積式のうちで最良の結果を示した。しかし，この小径級の誤差率は，変動が激しく，3 式間に有意の差は認められなかった。

以上を総括すると，少なくとも当地方のスギ 2 m 区分樹幹析解法には，Smalian 区分求積式（ただし胸高円板をとる）の適用が最も好ましいものと考えられる。しかし，円板採取時，円板測定時などの誤差を考慮に入れるならば，現在最も普通に用いられている Huber 式の誤差も，じゅうぶん許容しうるものであろう。

〔付記〕 本研究の諸計算には愛媛大学電子計算機，HIPAC 103 を使用した。

文　　献

1） 藤本幸司： 愛大演報　第三号，1965
2） 吉田正男： 測樹学要論，1938

（1968 年 9 月25日受理）